

государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской области  
средняя общеобразовательная школа № 1 с.Зольное городского округа Жигулёвск Самарской области  
(ГБОУ СОШ № 1)

---

445362, Российская Федерация, Самарская область, городской округ Жигулёвск, село Зольное, ул.  
Первомайская, 2А, тел./факс 8(84862) 68488  
E-mail ОУ: [school1\\_zhg@mail.ru](mailto:school1_zhg@mail.ru)

Рассмотрено:

На заседании МС

Протокол №   1  

«   30   »   08   2020 г.

Согласовано:

Зам. директора по УВР

\_\_\_\_\_

Л.П.Лукиянова

«   30   »   08   2020 г.

Утверждаю:

Директор ГБОУ СОШ №1

\_\_\_\_\_

Н.Н.Федорова

от «   30   »   08   2020 г.

**Рабочая программа учебного предмета**  
**«Математика ( углубленный уровень )»**  
**10 - 11 классы**

Разработал: Лукьянова Л.П.,  
учитель математика  
высшей квалификационной категории.

Жигулёвск 2020 г.

**Содержание:**

1. Планируемые результаты освоения учебного предмета.....	3
2. Содержание учебного предмета.....	17
3. Тематическое планирование предмета.....	24

## **1. Планируемые результаты освоения обучающимися предмета «Математика»:**

### **Личностные результаты:**

- ориентация обучающихся на способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обучающихся к отстаиванию собственного мнения;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию.
- критичность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении задач.

**Метапредметными результатами** освоения курса является формирование универсальных учебных действий- (УУД).

### **Регулятивные УУД:**

- самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, определять цель УД;
- выдвигать версии решения проблемы, осознавать (и интерпретировать в случае необходимости) конечный результат, выбирать средства достижения цели из предложенных, а также искать их самостоятельно;
- составлять (индивидуально или в группе) план решения проблемы (выполнения проекта);
- работая по плану, сверять свои действия с целью и при необходимости исправлять ошибки самостоятельно (в том числе и корректировать план);
- в диалоге с учителем совершенствовать самостоятельно выбранные критерии оценки.

### **Познавательные УУД:**

- проводить наблюдение и эксперимент под руководством учителя;
- осуществлять расширенный поиск информации с использованием ресурсов библиотек и Интернета;
- создавать и преобразовывать модели и схемы для решения задач;
- осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
- анализировать, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
- давать определения понятиям.

### **Коммуникативные УУД:**

- самостоятельно организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, договариваться друг с другом и т. д.);
- в дискуссии уметь выдвинуть аргументы и контраргументы;
- учиться критично относиться к своему мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения и корректировать его;
- понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты (гипотезы, аксиомы, теории);
- уметь взглянуть на ситуацию с иной позиции и договариваться с людьми иных позиций.

**Предметные результаты:**

Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»		
Раздел	II. Выпускник научится	IV. Выпускник получит возможность научиться
Цели освоения предмета	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	<i>Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук</i>
<b>Требования к результатам</b>		
<i>Элементы теории множеств и математической логики</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;</li> <li>– задавать множества перечислением и характеристическим свойством;</li> <li>– оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;</li> <li>– проверять принадлежность элемента множеству;</li> <li>– находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;</i></li> <li>– <i>понимать суть косвенного доказательства;</i></li> <li>– <i>оперировать понятиями счетного и несчетного множества;</i></li> <li>– <i>применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.</i></li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов</i></li> </ul>

	<p>утверждений.</p> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;</li> <li>– проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</li> </ul>	
<p><i>Числа и выражения</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени <math>n</math>, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;</li> <li>– понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;</li> <li>– переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;</li> <li>– доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;</li> <li>– выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;</li> <li>– сравнивать действительные</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;</i></li> <li>– <i>понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;</i></li> <li>– <i>владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач</i></li> <li>– <i>иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;</i></li> <li>– <i>свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;</i></li> <li>– <i>владеть формулой бинома Ньютона;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач Малую теорему Ферма;</i></li> <li>– <i>уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач теоретико-числовые</i></li> </ul>

	<p>числа разными способами;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;</li> <li>– находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;</li> <li>– выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;</li> <li>– выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;</li> <li>– записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;</li> <li>– составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов</li> </ul>	<p><i>функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять при решении задач цепные дроби;</li> <li>– применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;</li> <li>– владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач;</li> <li>– применять при решении задач Основную теорему алгебры;</li> <li>– применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования</li> </ul>
Уравнения и неравенства	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Достижение результатов раздела II;</li> <li>– свободно определять тип и</li> </ul>

	<p>уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;</li> <li>– овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;</li> <li>– применять теорему Безу к решению уравнений;</li> <li>– применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;</li> <li>– понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;</li> <li>– владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;</li> <li>– использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;</li> <li>– решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;</li> </ul>	<p><i>выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>свободно решать системы линейных уравнений;</i></li> <li>– <i>решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;</i></li> <li>– <i>иметь представление о неравенствах между средними степенными</i></li> </ul>
--	--	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть разными методами доказательства неравенств;</li> <li>– решать уравнения в целых числах;</li> <li>– изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;</li> <li>– свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;</li> <li>– составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;</li> <li>– использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств</li> </ul>	
<p><i>Функции</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять методы решения простейших</i></li> </ul>

	<p>промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;</li> <li>– владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;</li> <li>– применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;</li> <li>– применять при решении задач преобразования графиков функций;</li> <li>– владеть понятиями числовая</li> </ul>	<p><i>дифференциальных уравнений первого и второго порядков</i></p>
--	--	---

	<p>последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);</li> <li>– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;.</li> <li>– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</li> </ul>	
<p><i>Элементы математического анализа</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– применять для решения задач теорию пределов;</li> <li>– владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;</li> <li>– владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;</li> <li>– вычислять производные элементарных функций и их</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;</i></li> <li>– <i>свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;</i></li> <li>– <i>оперировать понятием первообразной функции для решения задач;</i></li> <li>– <i>овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его</i></li> </ul>

	<p>комбинаций;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– исследовать функции на монотонность и экстремумы;</li> <li>– строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;</li> <li>– владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;</li> <li>– применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;</li> <li>– интерпретировать полученные результаты</li> </ul>	<p><i>простейших применениях;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;</li> <li>– уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;</li> <li>– уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;</li> <li>– уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);</li> <li>– уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания;</li> <li>– владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость</li> </ul>
<p><i>Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее;</li> <li>– оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</li> <li>– владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– иметь представление об основах теории вероятностей;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>иметь представление о центральной предельной теореме;</i></li> <li>– <i>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</i></li> <li>– <i>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</i></li> <li>– <i>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</i></li> <li>– <i>иметь представление о</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</li> <li>– иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</li> <li>– иметь представление о совместных распределениях случайных величин;</li> <li>– понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</li> <li>– иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</li> <li>– иметь представление о корреляции случайных величин.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;</li> <li>– выбирать методы подходящего представления и обработки данных</li> </ul>	<p><i>кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть основными понятиями теории графов (<i>граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе</i>) и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</li> <li>– владеть понятием связности и уметь применять компоненты связности при решении задач;</li> <li>– уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;</li> <li>– иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;</li> <li>– владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;</li> <li>– уметь применять метод математической индукции;</li> <li>– уметь применять принцип Дирихле при решении задач</li> </ul>
<p><i>Текстовые задачи</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Решать разные задачи повышенной трудности;</li> <li>– анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</li> <li>– строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;</li> <li>– решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</li> <li>– анализировать и</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II</i></li> </ul>

	<p>интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решать практические задачи и задачи из других предметов</li> </ul>	
<p><i>Геометрия</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;</li> <li>– самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;</li> <li>– исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;</li> <li>– решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Иметь представление об аксиоматическом методе;</i></li> <li>– <i>владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;</i></li> <li>– <i>уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;</i></li> <li>– <i>владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о двойственности правильных многогранников;</i></li> <li>– <i>владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;</i></li> <li>– <i>иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;</i></li> <li>– <i>иметь представление о конических сечениях;</i></li> </ul>

	<p>условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;</li> <li>– владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;</li> <li>– иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;</li> <li>– иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;</li> <li>– применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;</li> <li>– уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;</li> <li>– уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;</i></li> <li>– <i>владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;</i></li> <li>– <i>иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;</i></li> <li>– <i>применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;</i></li> <li>– <i>иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>иметь представление о площади ортогональной проекции;</i></li> <li>– <i>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</i></li> </ul>
--	--	--

	<p>общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;</li> <li>– владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;</li> <li>– владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</i></li> <li>– <i>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</i></li> <li>– <i>уметь применять формулы объемов при решении задач</i></li> </ul>
--	---	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;</li> <li>– владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;</li> <li>– иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;</li> <li>– уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;</li> <li>– иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.</li> </ul> <p><i>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат</li> </ul>	
<p><i>Векторы и координаты в пространстве</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть понятиями векторы и их координаты;</li> <li>– уметь выполнять операции над векторами;</li> <li>– использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</li> <li>– применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</i></li> <li>– <i>задавать прямую в пространстве;</i></li> <li>– <i>находить расстояние от точки до плоскости в</i></li> </ul>

	<p>решении задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</li> </ul>	<p><i>системе координат;</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</i></li> </ul>
<i>История математики</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;</li> <li>– понимать роль математики в развитии России</li> </ul>	<i>Достижение результатов раздела II</i>
<i>Методы математики</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</li> <li>– применять основные методы решения математических задач;</li> <li>– на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</li> <li>– применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;</li> <li>– пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– <i>Достижение результатов раздела II;</i></li> <li>– <i>применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)</i></li> </ul>

## 2. Содержание программы.

### Содержание тем модуля «Алгебра и начала анализа»

#### 1. Действительные числа

Натуральные и целые числа. *Делимость чисел. Основная теорема арифметики натуральных чисел.* Рациональные, иррациональные, действительные числа, числовая прямая. Числовые неравенства.

*Аксиоматика действительных чисел. Модуль действительного числа. Метод математической индукции.* Решение задач с целочисленными неизвестными.

#### 2. Числовые функции

Определение числовой функции и способы её задания. Свойства функций: область определения и множество значений, монотонность, чётность и нечётность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значение, точки

экстремума (локального максимума и минимума). Выпуклость функции Графическая интерпретация. Периодические функции. Сложная функция (композиция функций). *Взаимобратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной* Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат, относительно начала координат, *симметрия относительно прямой  $y=x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.*

### **3. Тригонометрические функции**

Числовая окружность на координатной плоскости. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Тригонометрические функции числового и углового аргумента, их свойства. *График гармонического Обратные тригонометрические функции, свойства, графики и их преобразования. Решение простейших уравнений и неравенств с обратными тригонометрическими функциями.*

### **4. Тригонометрические уравнения**

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арккосинус, арксинус. Решение уравнений  $\cos t=a$ ,  $\sin t=a$ . Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений  $\operatorname{tg} x=a$ ,  $\operatorname{ctg} x=a$ . Методы решения тригонометрических уравнений: метод замены переменной, метод разложения на множители, однородные тригонометрические уравнения. Отбор корней тригонометрических уравнений.

### **5. Преобразование тригонометрических выражений**

Формулы сложения, приведения, двойного аргумента, понижения степени. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и *произведения в сумму. Метод введения вспомогательного угла.* Методы решения тригонометрических уравнений (продолжение).

### **6. Комплексные числа**

*Комплексные числа и арифметические операции над ними. Комплексные числа и координатная плоскость. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Комплексные числа и квадратные уравнения. Возведение комплексного числа в степень (формула Муавра). Извлечение квадратного и кубического корня из комплексного числа.*

### **7. Производная**

*Определение числовой последовательности, способы её задания и свойства. Предел числовой последовательности, свойства сходящихся последовательностей. Сумма бесконечной геометрической прогрессии. Предел функции на бесконечности и в точке. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Теорема о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах. Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях Асимптоты.*

Задачи, приводящие к понятию производной, определение производной, Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. *Вторая производная, и ее физический смысл.*

Дифференцирование сложной функции и *обратной функции.* Уравнение касательной к графику функции. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы. *Применение производной для доказательства тождеств и неравенств.* Построение графиков функций.

*Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.* Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке. Задачи на оптимизацию.

## 8. Многочлены

*Многочлены от одной и нескольких переменных. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами Теорема Безу. Схема Горнера. Симметрические и однородные многочлены. Уравнения высших степеней.*

## 9. Степени и корни. Степенные функции

Понятие корня  $n$ -ой степени из действительного числа. Функции корень  $n$ -ой степени, их свойства и графики. Свойства корня  $n$ -ой степени. Преобразование выражений, содержащих радикалы. Обобщение понятия о показателе степени. Степенные функции, их свойства и графики. Дифференцирование и интегрирование. *Извлечение корня  $n$ -ой степени из комплексного числа.*

## 10. Показательная и логарифмическая функции

Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения и неравенства. Понятие логарифма. Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Свойства логарифмов. Логарифмические уравнения, неравенства и их системы. Методы решения. *Решение показательно-логарифмических тригонометрических уравнений и неравенств. Решение показательных уравнений смешанного типа графическим методом и использование свойств функций* Дифференцирование логарифмической и показательной функций.

## 11. Первообразная и интеграл

Первообразная и неопределенный интеграл. Определенный интеграл, его вычисление и свойства. Вычисление площадей плоских фигур. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

## 12. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. *Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.*

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события

*Вероятность и геометрия.* Статистические методы обработки информации. *Гауссова кривая. Закон больших чисел.*

## 13. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств

Равносильность уравнений, неравенств и их систем. Общие методы решения уравнений: аналитические и *функционально - графические*. Уравнения с модулями. Иррациональные уравнения. *Доказательство неравенств.* Решение рациональных неравенств с одной переменной. Метод интервалов. *Метод рационализации.* Неравенства с модулями. Иррациональные неравенства. Уравнения и неравенства с двумя переменными. *Диофантовы уравнения.* Системы уравнений. Основные приёмы решения систем:

подстановки, алгебраическое сложение, введение новых переменных. *Уравнения и неравенства с параметрами. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств с двумя переменными и их систем.* Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

## **Содержание тем модуля «Геометрия»**

### **1. Введение в стереометрию**

Предмет стереометрии. *Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.* Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, пирамида, призма, сфера и шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей: через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

*Построение плоских сечений призмы, параллелепипеда и пирамиды различными методами.*

### **2. Прямые в пространстве**

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых. Свойства параллельных прямых в пространстве. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость. Признак параллельности прямых.

Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов со направленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми.

### **3. Прямая и плоскость в пространстве**

Параллельные прямая и плоскость. Определение и признак параллельности прямой и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой. Перпендикулярная прямая и плоскость. Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теоремы о трех перпендикулярах (прямая и обратная). Угол между прямой и плоскостью. Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения.

*Параллельное проектирование. Простое отношение трех коллинеарных точек. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.*

### **4. Плоскости в пространстве**

Параллельные плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей.

Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей.

Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве. Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

Угол между двумя плоскостями. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями.

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. *Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.*

## 5. Расстояния в пространстве

Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Расстояние между точкой и плоскостью. *Расстояние между точкой и сферой.*

Приемы нахождения расстояний от точки до фигуры в пространстве.

Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя параллельными плоскостями. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми. *Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве.*

*Геометрические места точек в пространстве. Сфера. Цилиндрическая поверхность. Параллельные плоскости. Плоскость серединных перпендикуляров данного отрезка. Биссектор двугранного угла. Прямая центров всех сфер, проходящих через три неколлинеарные точки. Центр сферы, описанной около тетраэдра. Луч центров всех сфер, вписанных в трехгранный угол.*

## 6. Векторный метод в пространстве

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору. Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число) и их свойства. Компланарность трех векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным с данным вектором. Три некопланарных вектора. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве. Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным произведением векторов. Признак перпендикулярности двух векторов. *Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах.*

## 7. Координатный метод в пространстве

Ортонормированный базис в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах. Условие коллинеарности двух векторов в координатах.

Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. *Проекция вектора на ось в координатах.*

Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах; *координат точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравенства, задающие множества точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенство шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрация. Уравнение плоскости в отрезках.*

*Угол между двумя плоскостями в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах.*

*Уравнения прямой по точке и направляющему вектору; канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.*

*Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.*

## **8. Преобразования пространства**

Отображения пространства. Центральная симметрия пространства: определение, запись в координатах. Обратное преобразование. Композиция преобразований.

*Движения пространства: определение движения; композиция движений. Движения первого и второго рода в пространстве. Свойства центральной симметрии. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости центральной симметрии. Центально-симметричные фигуры.*

Симметрия относительно плоскости («зеркальная симметрия»): определение, запись в координатах. Свойства симметрии относительно плоскости. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости зеркальной симметрии. Фигуры, симметричные относительно плоскости.

*Параллельный перенос: определение, запись в координатах. Свойства параллельного переноса. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости параллельного переноса.*

*Взаимосвязь различных видов движения пространства. Композиции двух зеркальных симметрий относительно параллельных и пересекающихся плоскостей. Семь различных видов движений.*

*Гомотетия пространства. Формулы гомотетии пространства в координатах и её свойства. Определение подобия пространства; разложение подобия в композицию гомотетии и движения.*

## **9. Многогранники**

Определение многогранника и его элементов: вершин, ребер, граней. *Эйлера характеристика многогранника. Понятие о развёртке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. О понятии объёма тела. Свойства объёмов тел. Объём прямоугольного параллелепипеда.*

## 10. Призма и параллелепипед

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, рёбер, граней, диагоналей у  $n$ -угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхность призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объёмов прямой и наклонной призм.

Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Куб. Объём параллелепипеда.

*Построение плоских сечений призмы и параллелепипеда различными методами.*

## 11. Трёхгранные и многогранные углы

*Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, рёбра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Трёхгранный угол. Теорема о плоских углах трёхгранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трёхгранного угла.*

## 12. Пирамида

Определение пирамиды и её элементов. Количество вершин, рёбер и граней  $n$ -угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид:

- пирамида, все боковые рёбра которой равны между собой;
- пирамида, все двугранные углы которой при рёбрах основания равны между собой;
- пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости её основания;
- пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны основанию;
- пирамида, две не соседние грани которой перпендикулярны основанию; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с рёбрами основания, выходящими из одной вершины.

Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды.

Правильная пирамида и её свойства. Апофема правильной пирамиды. Формула вычисления боковой и полной поверхности пирамиды. Объём пирамиды и формула его вычисления. *Формула вычисления объёма усечённой пирамиды.*

Тетраэдр. Об объёме тетраэдра. *Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр.*

## 13. Правильные многогранники

*Доказательство теоремы Декарта-Эйлера для выпуклых многогранников. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объёмов правильных многогранников. Решение задач на все виды многогранников.*

## 14. Фигуры вращения

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. *Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру. Развёртка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра. Вычисление объёма цилиндра.*

Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная поверхности конуса. *Сечения конуса плоскостью.*

*Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развёртка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус.*

*Усечённый конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усечённого конуса. Вычисление объёма конуса и усечённого конуса.*

### 15. Сфера и шар

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы, шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости.

*Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около него. Шары и сферы, вписанные в двугранный и многогранный углы. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них.*

*Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.*

### 3. Тематическое планирование:

№	Изучаемый материал	Количество часов
<b>Алгебра и начала анализа (10 класс)</b>		
1.	Повторение курса 7-9 классов	4
2.	Действительные числа	12
3.	Числовые функции	9
4.	Тригонометрические функции	24
5.	Тригонометрические уравнения	10
6.	Преобразование тригонометрических выражений	21
7.	Комплексные числа	9
8.	Производная	28
9.	Комбинаторика и вероятность	7
10.	Повторение	11
<i>Итого:</i>		<i>136</i>
<b>Геометрия (10 класс)</b>		
11.	Введение в стереометрию	5
12.	Параллельность прямых и плоскостей	19
13.	Перпендикулярность прямых и плоскостей	20
14.	Многогранники	12
15.	Векторы в пространстве	6

16.	Заключительное повторение	6
<i>Итого:</i>		68
<b>Алгебра и начала анализа (11 класс)</b>		
1.	Повторение материала 10 класса	4
2.	Многочлены	10
3.	Степени и корни. Степенные функции	24
4.	Показательная и логарифмическая функции	31
5.	Первообразная и интеграл	9
6.	Элементы теории вероятностей и математической статистики	9
7.	Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств	33
8.	Обобщающее повторение	16
<i>Итого:</i>		136
<b>Геометрия (11 класс)</b>		
9.	Метод координат в пространстве	15
10.	Цилиндр, конус и шар	17
11.	Объемы тел	22
12.	Итоговое повторение курса геометрии 10-11 класса	14
<i>Итого:</i>		68